

---

# 9. Vorlesung

## Entwurf und Simulation von Mikrosystemen

### 5 Thermisches Management

5.1 Verlustleistung als Wärmequelle

5.2 Mechanismen der Wärmeübertragung: Grundbegriffe

5.3 Wärmeleitung: stationär, instationär

5.4 Konvektion: forciert, natürlich

5.5 Strahlung

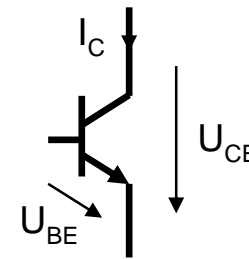
# 5.1 Verlustleistung als Wärmequelle

Wärme ist ein unvermeidbares Nebenprodukt bei der Anwendung elektronischer Bauelemente.

- Für die mittlere Verlustleistung gilt: 
$$P_M = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t)i(t)dt$$

Verlustleistung von **bipolaren Transistoren**:

Zustand	Verlustleistung
Schalterbetrieb ein	$P = I_C \times U_{CE,SAT}$
Linear	$P = I_C \times U_{CE} (+ I_B \times U_{BE})$
Schalterbetrieb aus	$P = I_{CB0} \times U_{CE}$



Die Gesamt-Verlustleistung von **CMOS-Gattern** wird bestimmt durch:

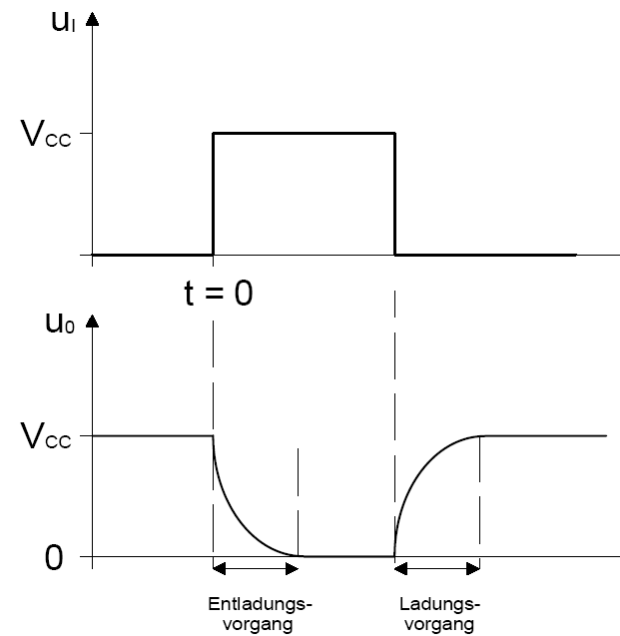
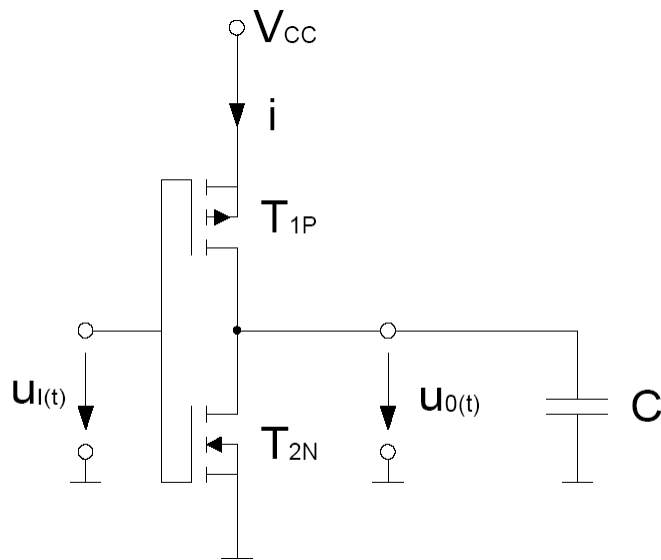
- Dynamische Verluste / Schaltverluste
- Transiente Verlustleistung („dynamic short-circuit power“)
- Statische Verlustleistung (weniger als 1% der Gesamtverlustleistung)

# Umschaltvorgang CMOS-Gatter

- Dynamische Verluste: Umladen der Kapazitäten

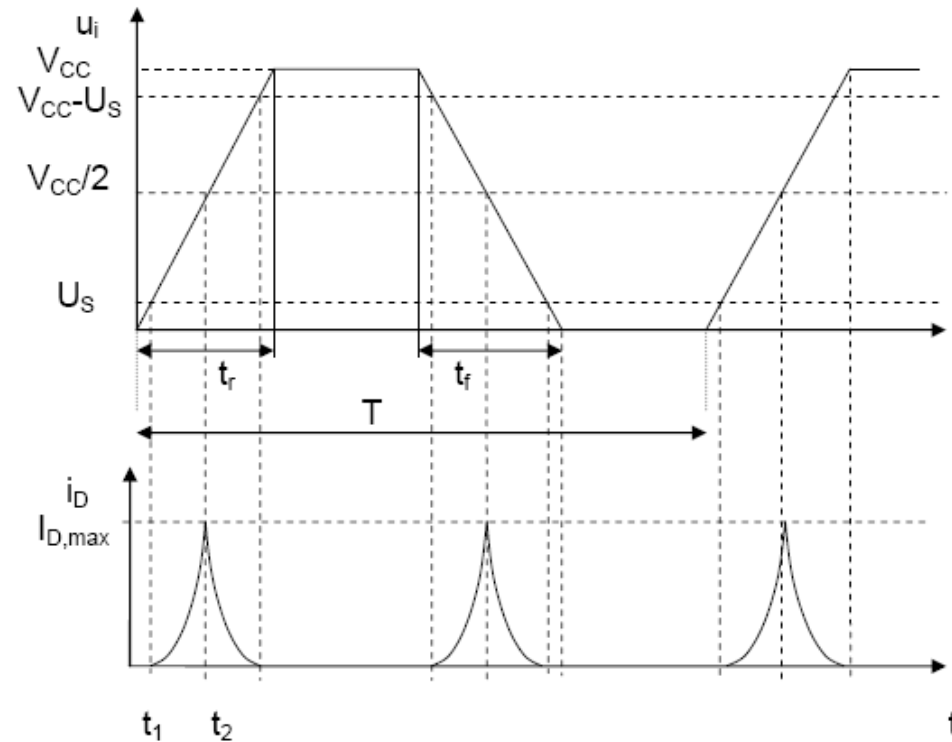
$$P_{\text{Switching}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot U^2 \cdot f_{\text{switch}}$$

- 70% bis 90% der Gesamtverlustleistung,  $\sim f$



# Transiente Verlustleistung in CMOS-Gattern

- Transiente Verluste: kurzzeitiger Stromfluss während des Umschaltvorgangs
- 10% bis 30% der Gesamtverlustleistung,  $\sim f$



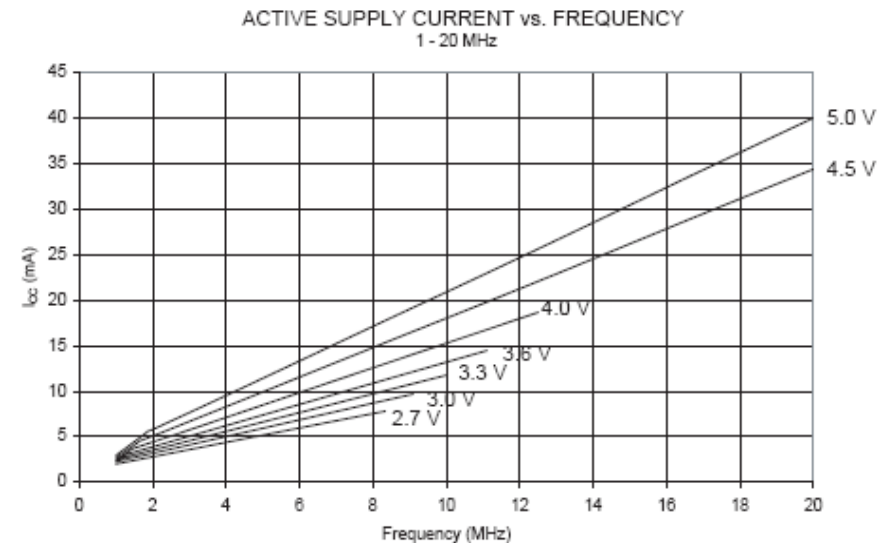
Schaltverluste und transiente Verluste werden oft zusammengefasst (Angabe in  $\mu\text{Watt}$  pro MHz pro Gate).

# Verlustleistung in CMOS ICs

---

- In CMOS-ICs entsteht die Wärme i.W. lokal in einer dünnen Schicht im oberen Bereich des Bauelements und nicht im gesamten Volumen.
- Nimmt man das IC als Quader an, so besteht die obere 5-10 $\mu\text{m}$  dünne Schicht aus einer Al-Verdrahtung und Isolationsmaterial. Darunter liegt der aktive CMOS-Bereich (Silizium) mit einer Dicke zwischen ca. 10 bis kleiner 50 $\mu\text{m}$ , in dem die Verluste abhängig von der Taktfrequenz entstehen.
- Der übrige Teil des Si-Chips (z.B. einige 100 $\mu\text{m}$ ) dient als Substrat.

- Beispiel: Atmel AT 128:
  - optimiert für geringe Verluste (100-200mW)
  - Stromaufnahme =  $f(\text{Taktfrequenz})$



# Erwartete Entwicklung der Verlustleistung für verschiedene Applikationsbereiche

Year of Commercialization	1999	2001	2003	2006	2012
<b>Hand-Held</b>					
Power dissipation (W)	1.4	1.7	2	2.4	3.2
Chip size (mm <sup>2</sup> )	53	56	59	65	77
Heat flux (W/cm <sup>2</sup> )	2.6	3.0	3.4	3.7	4.2
On-chip frequency (MHz)	300	415	530	633	1044
Junction temperature (°C)	115	115	115	115	115
Ambient temperature (°C)	55	55	55	55	55
Pin count	117–400	137–469	161–413	205–524	330–846
<b>Memory (DRAM)</b>					
Power dissipation (W)	0.8	1.1	1.5	2	3
Chip size (mm <sup>2</sup> )	400	445	560	790	1580
Heat flux (W/cm <sup>2</sup> )	0.20	0.25	0.27	0.25	0.19
On-chip frequency (MHz)	100	100	125	125	150
Bits/chip (Mega)	1,000		4,000	16,000	256,000
Junction temperature (°C)	100	100	100	100	100
Ambient temperature	45	45	45	45	45
Pin count	30–82	34–96	36–113	40–143	48–231
<b>Cost/Performance</b>					
Power dissipation (W)	48	61	75	96	109
Chip size (mm <sup>2</sup> )	340	385	430	520	750
Heat flux (W/cm <sup>2</sup> )	13.5	15.8	17.4	18.5	14.5
On-chip frequency (MHz)	526	727	928	1108	1827
Junction temperature (°C)	100	100	100	100	100
Ambient temperature	45	45	45	45	A5
Pin count	300–976	352–895	413–1093	524–1476	846–2690

<b>High Performance</b>					
Power dissipation (W)	88	108	129	160	174
Chip size (mm <sup>2</sup> )	340	385	430	520	750
Heat flux (W/cm <sup>2</sup> )	25.9	28.1	30.0	30.7	23.2
On-chip frequency (MHz)	958	1570	1768	2075	3081
Transistor (Mega/cm <sup>2</sup> )	6	10	18	39	180
Junction temperature (°C)	100	100	100	100	100
Ambient temperature	45	45	45	45	45
Pin count	1991	1824	2228	3008	5480
<b>Automotive</b>					
Power dissipation (W)	14	14	14	14	14
Chip size (mm <sup>2</sup> )	53	56	59	65	77
Heat flux (W/cm <sup>2</sup> )	26.4	25.0	23.7	21.5	18.2
On-chip frequency (MHz)	150	150	200	200	250
Junction temperature (°C)	175	175	180	180	180
Ambient temperature	165	165	170	170	170
Pin count	40–236	40–277	40–325	40–413	40–666

Courtesy of SIA and NEMI.

# Gefahren durch unzureichende Wärmeabfuhr

---

Thermisch sind drei Aspekte zu kontrollieren:

- Temperatur
- Temperaturgradient
- Thermische Lastwechsel

**Die Überschreitung einer Maximaltemperatur kann zu sofortigem Ausfall eines Halbleiters oder einer elektronischen Schaltung führen:**

- Schmelzen oder Verdampfen einiger Teile
- Bruch mechanischer (Träger-) Elemente
- Ablösen von Verbindungen
- Plastisches Fließen
- Migration von Dotierungen

---

**Die auftretenden Temperaturgradienten müssen beschränkt bleiben, um**

- die Uniformität der temperaturabhängigen Parameter auf dem Modul zu gewährleisten;
- thermisch induzierte mechanische Spannungen zu begrenzen.

**Thermische Lastwechsel setzen die Lebensdauer und damit die Zuverlässigkeit signifikant herab:**

- Delamination in geschichteten Strukturen.
- Ermüdung der Kontaktierung (Lötstellen, Drahtbonds etc. ) zwischen zwei Komponenten mit unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten (CTE).

## 5.2 Grundbegriffe der Wärmelehre

---

- **Wärmeenergie**
  - = kinetische Energie der ungeordneten Molekülbewegung
  - **Gase, Fluide:** kinetische Energie der Translation und Rotation der Moleküle sowie die Schwingungsenergie der Molekülschwingungen
  - **Festkörper:** Schwingung der Atome um ihre Ruhelage
- **Temperatur**
  - = Maß für die mittlere kinetische Energie der Moleküle
  - $$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$$
- **Wärme Q [J]** ist die Energie, die aufgrund eines Temperaturunterschieds zwischen zwei Systemen übertragen wird. Diese Energieübertragung hat eine eindeutige Richtung: die Wärme fließt stets in die Richtung der niedrigeren Temperatur. Der Wärmeübergang ist also ein irreversibler Prozess.
- Um die Temperatur  $T$  eines Systems um  $dT$  zu erhöhen, ist eine Wärmezufuhr  $dQ$  erforderlich:  
 **$dQ = C \cdot dT$**   
C: Wärmekapazität des Systems

# Erhaltungsgleichungen

---

## Energieerhaltung

1. Hauptsatz der Thermodynamik

## Massenerhaltung

Kontinuitätsgleichung der Fluidodynamik

## Impulserhaltung

Newton'sche Bewegungsgleichung

Erhaltungsgrößen können nicht erzeugt oder vernichtet, sondern höchstens von einer Form in eine andere umgewandelt werden.

Die Erhaltungsgesetze bilden gemeinsam mit den noch zu behandelnden Transportgesetzen die Grundlage der Wärmeübertragung.

---

# Energieerhaltung

---

## 1. Hauptsatz der Thermodynamik:

In einem **abgeschlossenen** System bleibt der Gesamtbetrag der Energie konstant. Innerhalb des Systems können die verschiedenen Energieformen ineinander umgewandelt werden.

Die gesamte thermische Energie, die in der ungeordneten Energie der Teilchen steckt, wird als „**innere Energie**“  $U$  bezeichnet. Eine Änderung dieser Energie ist nach dem 1. Hauptsatz nur möglich, wenn über die Systemgrenzen Energie mit der Umgebung ausgetauscht wird.

⇒ **Die Änderung der inneren Energie  $U$  eines geschlossenen Systems entspricht der Summe von übertragener Wärme und verrichteter Arbeit:**

$$dQ = dU + dW$$

# Wärmekapazität

---

**Energiesatz:**

$$dQ = dU + dW$$

Berechnung der Änderung der inneren Energie  $dU$  über die Wärmekapazität:

• **Wärmekapazität für ideale Gase:**

- isochore Wärmekapazität  $c_v$ : konstantes spezifisches Volumen  $v$
- isobare Wärmekapazität  $c_p$ : konstanter Druck  $p$

• **Für inkompressible Stoffe mit konstanter Dichte gilt:**

$$c \equiv c_v = c_p$$

$$\Rightarrow dU = c \cdot m \cdot dT = c \cdot \rho \cdot V \cdot dT$$

i.a. sind die Wärmekapazitäten temperaturabhängig!

---

# Grundbegriffe der Wärmeübertragung

---

- **Wärme:**  $Q$  [J]
- **Wärmestrom:**  $\dot{Q} = dQ / dt$  [J/s],[W]: pro Zeiteinheit übertragene Wärmemenge
- **Wärmefluss:**  $\dot{q}$  [J/m<sup>2</sup>s], [W/m<sup>2</sup>]: Wärmestrom pro Fläche
- **Definition Fluss allgemein:**  
Transport einer Erhaltungsgröße pro Zeit und Flächeneinheit

## Transportgesetze:

- Verknüpfung des Flusses einer Erhaltungsgröße mittels eines Transportkoeffizienten mit einem angelegten Potentialgefälle (hier: Temperatur)

**Fluss = Transportkoeffizient x Potentialdifferenz**

Beispiele: Transportgesetze für

- die Wärmeleitung nach Fourier;
- die konvektive Wärmeübertragung nach Newton;
- die Wärmestrahlung nach Stefan-Boltzmann.

# Mechanismen des Wärmetransportes

---

**Wärmeleitung:** diffusiver Energietransport in Festkörpern, Fluiden oder Gasen

- mikroskopische Bewegungen von Atomen / Molekülen in Fluiden
- Gitterschwingungen in Festkörpern
- freie Elektronen in elektrisch leitenden Medien

**Konvektion:** Mitführung von Wärme in strömenden Flüssigkeiten oder Gasen

**(Konvektiver Wärmeübergang:**

Wärmeübertragung von einem Körper an ein vorbeiströmendes Fluid (flüssiges oder gasförmiges Medium).)

**Wärmestrahlung:** Austausch von Wärme zwischen Körpern unterschiedlicher Temperatur durch elektromagnetische Strahlung im Wellenlängenbereich von 0,1 – 1000µm (sichtbares Licht und Infrarot).

---

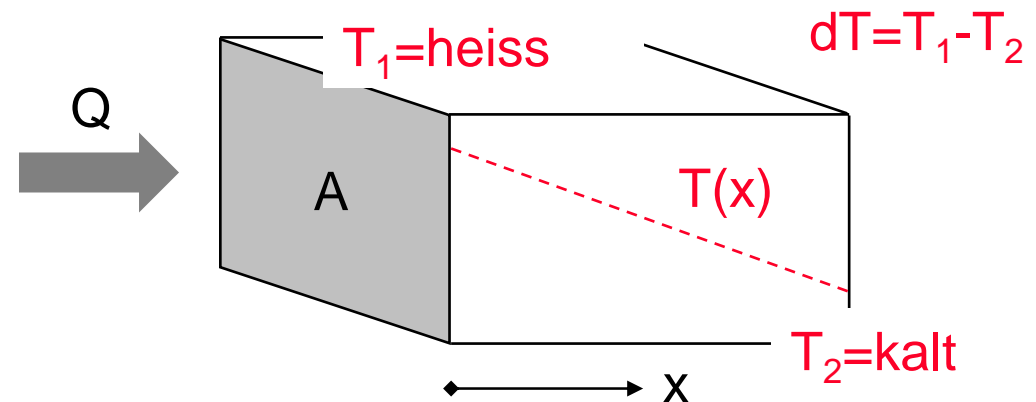
## 5.3 Wärmeleitung: Fourier'sches Gesetz

---

### Stationäre Wärmeleitung

- Wärmeleitung ist der Wärmetransport „von Teilchen zu Teilchen“ in festen, flüssigen oder gasförmigen Medien unter dem Einfluss einer Temperaturdifferenz.
- Bleibt dabei die Temperaturverteilung zeitlich konstant, so spricht man von stationärer Wärmeleitung.
- Es gilt das Fourier'sche Gesetz für die Wärmemenge  $Q$ , die in der Zeit  $t$  durch einen Querschnitt der Fläche  $A$  fließt.  
Für den eindimensionalen Fall gilt:

$$Q = -kAt \frac{dT}{dx}$$



- 
- k ist eine Materialkonstante, die **Wärmeleitfähigkeit** [W/mK]
  - Für die pro Zeiteinheit übertragene Wärmemenge, dem **Wärmestrom**  $dQ/dt$  gilt (1-D):

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \qquad \frac{dQ}{dt} = \text{Leistung in Watt oder Kalorien pro Sekunde}$$

- Für die pro Zeit- und Flächeneinheit übertragene Wärmemenge, die **Wärmestromdichte / den Wärmefluss** gilt dann (1-D):

$$\frac{dq}{dt} = -k \frac{dT}{dx}$$

- Allgemein gilt das **Fourier'sche Gesetz** für den Zusammenhang zwischen Temperaturverteilung und Wärmestromdichte in einem wärmeleitenden Körper vektoriell (Richtungsabhängigkeit in komplizierteren Geometrien):

$$\frac{\vec{dq}(\vec{x})}{dt} = -k \nabla T(\vec{x})$$

# Wärmeleitfähigkeit k: Exkurs

---

- k ist eine Materialkonstante, die Wärmeleitfähigkeit
- Die Einheit der Wärmeleitfähigkeit k ist [W/mK]
  
- Im angelsächsischen Sprachraum wird noch die Energieeinheit „British thermal unit“ (**Btu**) anstatt [J],[Ws] verwendet.
- Dementsprechend wird dann k auch in [Btu/(h ft °F)] angegeben

$$1\text{W/mK} = 0,578 \text{ Btu}/(\text{h ft } ^\circ\text{F})$$

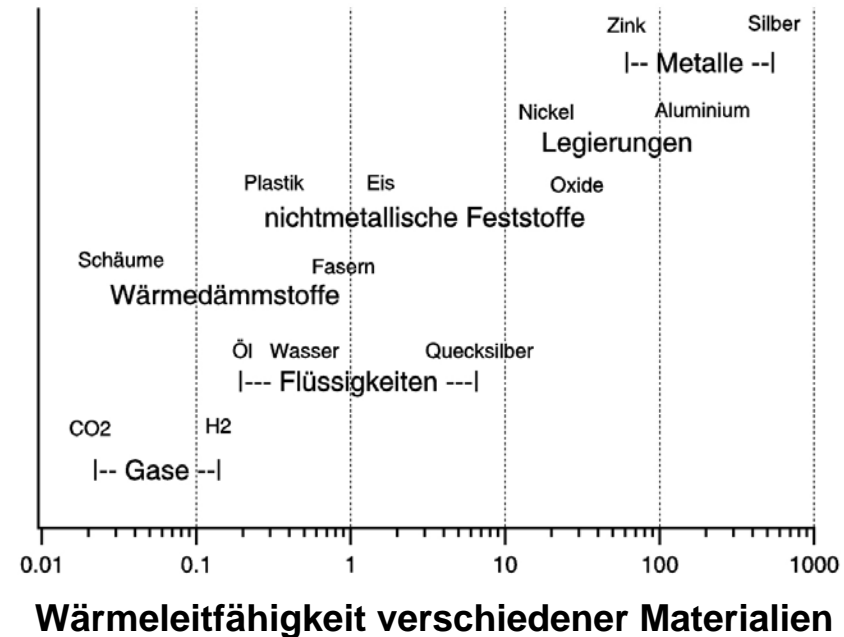
*Definition (aus Wikipedia):*

Die **British thermal unit** ist eine Einheit der Energie. Ihr Einheitenzeichen ist **Btu** oder **BTU**, ihr Formelzeichen **W**. Die Btu gehört nicht zum SI-System und ist definiert als die Wärmeenergie, die benötigt wird, um ein britisches Pfund Wasser von 63° auf 64° Fahrenheit zu erwärmen.

$$1 \text{ Btu} = 252 \text{ cal} = 1055 \text{ J}$$

# Wärmeleitfähigkeit $k$

- Wärmeleitfähigkeit  $k$  [W/mK]
  - **Temperaturabhängigkeit**  
=> effektive / mittlere Wärmeleitfähigkeit  $k_m$  in praktischen Problemen ansetzen
  - **richtungsunabhängig**,  
wenn der Vektor der Wärmestromdichte senkrecht auf den isothermen Flächen des skalaren Temperaturfeldes  $T(x,y,z)$  steht
  - **richtungsabhängig** z.B. in Kristallen:  
Wärmeleitfähigkeit ist ein Tensor



# Wärmeleitfähigkeit in Gasen

- Bei normalen Druckverhältnissen ist der Raum zwischen den Molekülen in Gasen und Fluiden groß verglichen mit der Größe der Moleküle
  - ⇒ die Leitfähigkeit ist unabhängig vom Druck
  - ⇒ die Leitfähigkeit ist geringer als in Festkörpern
- Beschreibung der Effekte in Gasen mittels der kinetischen Gastheorie:

$$k = \frac{1}{3} C_V v l$$

- $C_V$  ist die Wärmekapazität pro Volumeneinheit
- $v$  ist die mittlere Geschwindigkeit
- $l$  ist die mittlere freie Weglänge
- Typische Werte bei Raumtemperatur (20°C):  $v$ :  $10^5 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $l$ :  $10^{-5} \text{ cm}$

**Es ergibt sich für Gase ein nahezu linearer Anstieg von  $k$  mit  $T$**

	Gemessen bei °C	$k[\text{W/mK}]$
<b>Luft</b>	0	0,024
	100	0,030
<b>Argon</b>	0	0,017
	63	0,019
<b>Helium</b>	7	0,144
	56	0,159
<b>Wasserstoff</b>	4	0,168
	50	0,186

# Wärmeleitfähigkeit in Flüssigkeiten

Die physikalischen Zusammenhänge in Flüssigkeiten sind komplex und für die thermische Leitfähigkeit nicht vollständig verstanden. [Incropera, De Witt]

Generelle Aussagen:

- Die thermische Leitfähigkeit nicht-metallischer Flüssigkeiten sinkt mit der Temperatur.  
**wichtige Ausnahmen:**  
**Wasser, Glyzerin**
- Die thermische Leitfähigkeit nimmt mit steigendem Molekulargewicht ab.

	<b>k [W/mK] (bei 25°C)</b>
<b>Wasser</b>	0,60
<b>Freon</b>	0,073
<b>FC-72</b>	0,058
<b>FC-75</b>	0,065
<b>FC-77</b>	0,065
<b>Mineralöl</b>	≅0,15

# Wärmeleitfähigkeit in Festkörpern

---

- In **Isolatoren** erfolgt die Wärmeleitung über Gitterschwingungen (Phononen).
- Die Regularität des Gitters hat erheblichen Einfluß auf die Leitfähigkeit: kristalline (reguläre) Materialien wie z.B. Quarz oder Diamant haben eine höhere Leitfähigkeit als amorphe Materialien wie Glas.
- In **Metallen** erfolgt der Wärmetransport außer durch Phononen auch durch die frei beweglichen Elektronen (Stoßprozesse), wobei letzterer Beitrag bei reinen Metallen überwiegt.
- Für reine Metalle gilt (bei nicht zu tiefen Temperaturen) das **Gesetz von Wiedemann und Franz** für den Zusammenhang mit der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$ :

$$\frac{k}{\sigma} = LT; \quad L = 2,2..2,6 10^{-8} \frac{V^2}{K^2}$$

i.a. keine gleichbleibende Temperaturabhängigkeit über dem gesamten Temperaturbereich!

---

## Thermische Leitfähigkeit von Packaging – Materialien (bei 25°C)

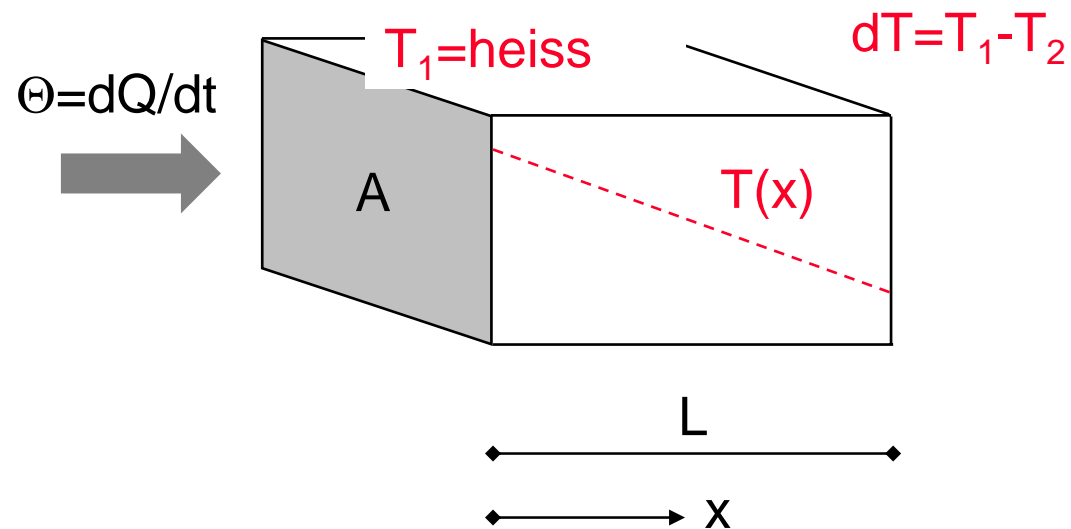
<u>Material</u>	<u>Density (kg/m<sup>3</sup>)</u>	<u>Specific Heat (J kg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>)</u>	<u>Thermal Conductivity (Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>)</u>
Air	1.16	1005	0.024
Epoxy (dielectric)	1500	1000	0.23
Epoxy (conductive)	10500	1195	0.35
Polyimide	1413	1100	0.33
FR4	1500	1000	0.30
Water	1000	4200	0.59
Thermal Grease	---	---	1.10
Alumina	3864	834	22.0
Aluminum	2700	900	150
Silicon	2330	770	120
Copper	8800	380	390
Gold	19300	129	300
Diamond	3500	51	2000

R. Tummala: Fundamentals of Microsystems Packaging

# Wärmeleitung: thermischer Widerstand

---

- Ein einfacheren Umgang mit der Wärmeleitung ermöglicht die Einführung des thermischen Widerstands.
- Berücksichtigt werden hierbei neben der Wärmeleitfähigkeit des Materials auch die Geometrieparameter.
- Zur Bestimmung des thermischen Widerstands wird der Wärmestrom  $dQ/dt$  durch einen ebene Wand mit dem Querschnitt  $A$  und der Dicke  $L$  berechnet.



---

Aus dem Fourier'schen Gesetz für die 1-D stationäre Wärmeleitung

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$$

erhält man

$$\int_0^L \frac{dQ}{dt} dx = -A \int_{T_1}^{T_2} k(T) dT$$

da  $dQ/dt$  überall gleich sein muss, gilt:

$$\frac{dQ}{dt} \int_0^L dx = -A \int_{T_1}^{T_2} k(T) dT$$

Wählt man für  $k$  einen Mittelwert  $k_m$ , so folgt

$$\frac{dQ}{dt} L = k_m A (T_1 - T_2)$$

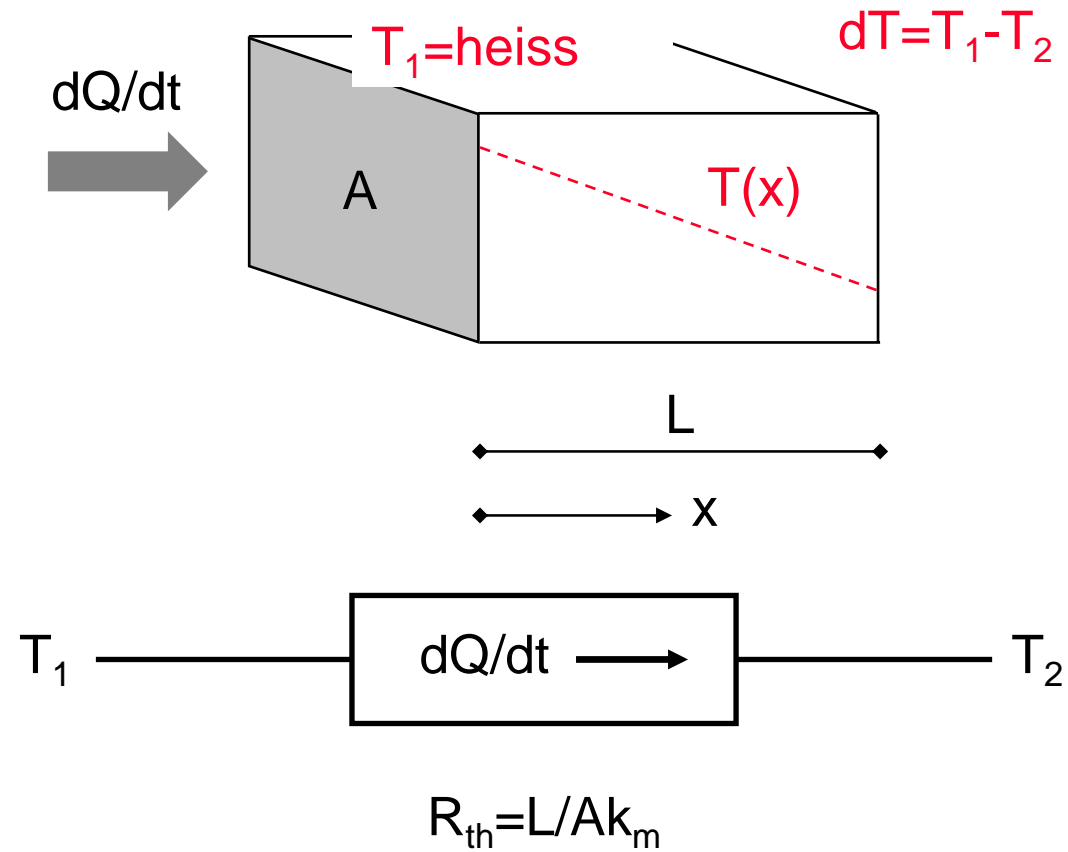
oder

$$P_v = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta T}{L / (A k_m)}$$

thermischer Widerstand der ebenen Wand / Platte [K/W]

# Thermisches Ersatzschaltbild

---

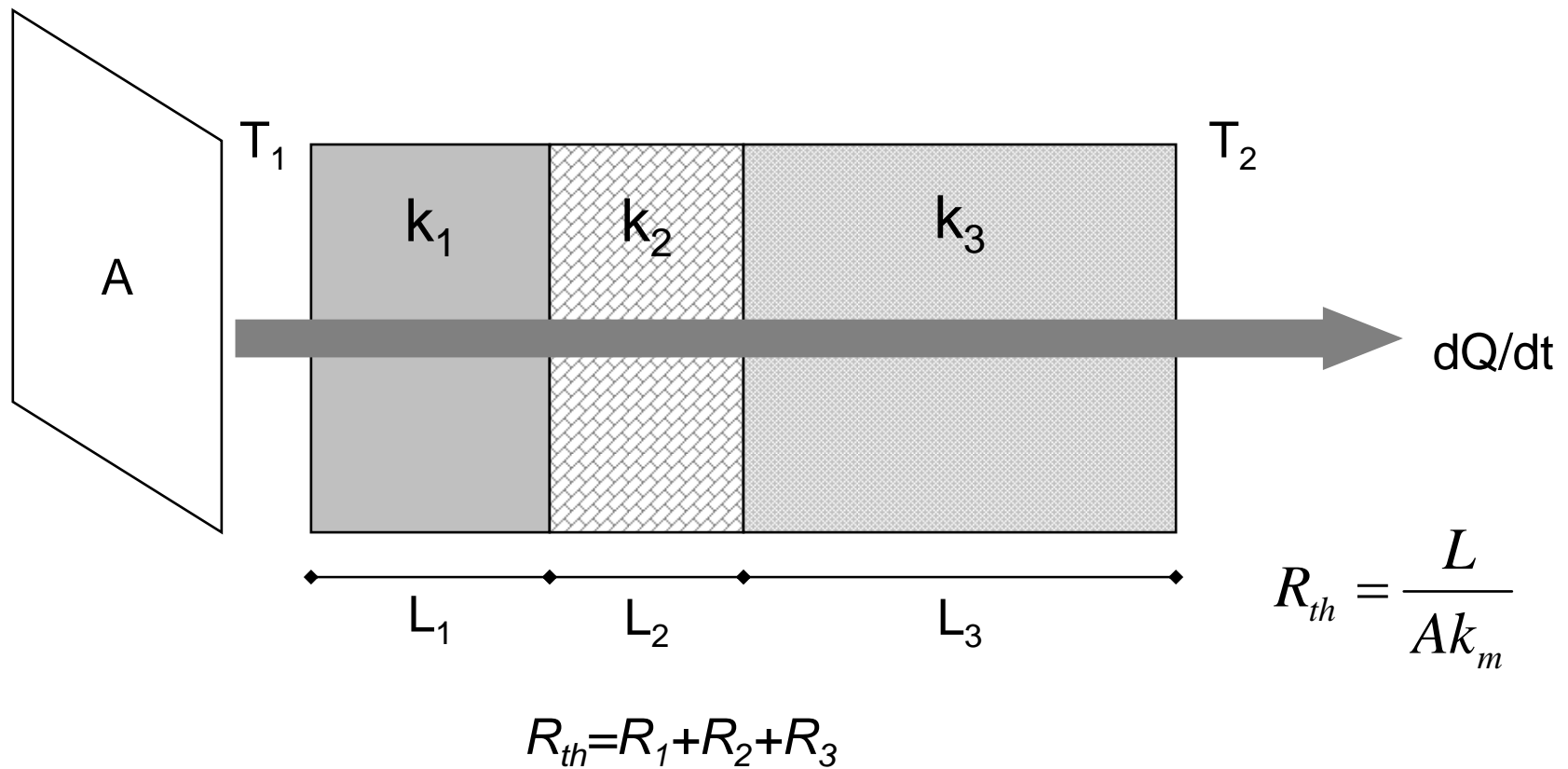


# Äquivalenzen des thermischen Ersatzschaltbilds

---

elektrisch	thermisch
Spannung $U$	Temperaturdifferenz $\Delta T$
Strom $I$	Wärmestrom $dQ/dt$ (d.h. Verlustleistung $P_V$ )
Ohmscher Widerstand $R$	Thermischer Widerstand $R_{th}$

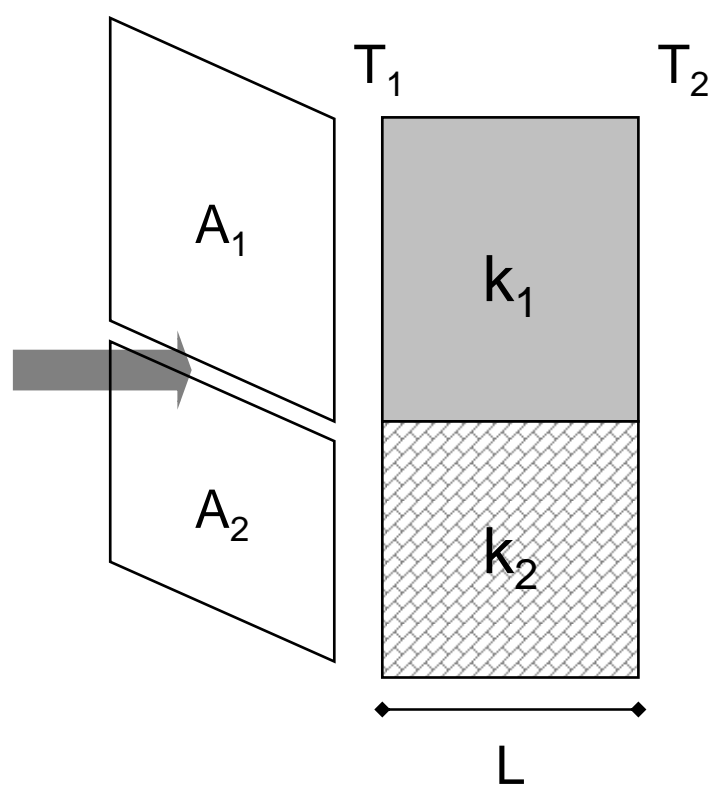
## Beispiel: Ebene Wand mit mehreren Schichten



Innerhalb jeder Schicht wird  $k$  als konstant angenommen

# Beispiel: Parallelschaltung

---



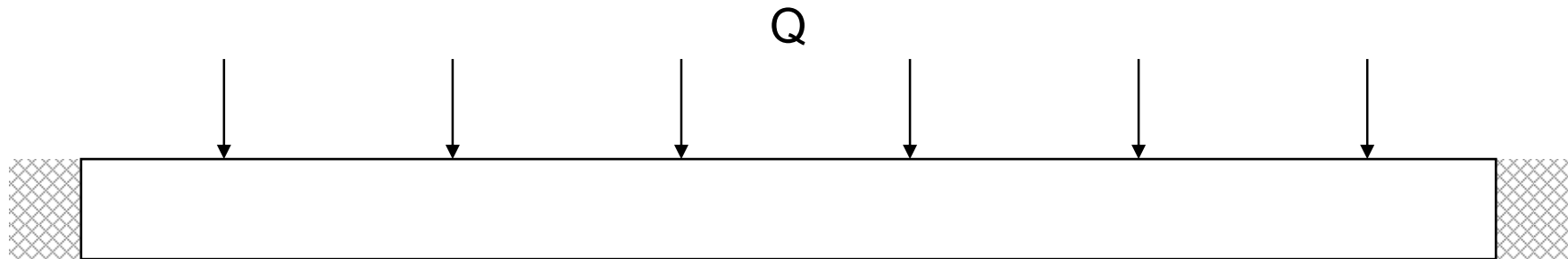
Parallelschaltung von Widerständen

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$

## Beispiel: Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> - Substrat

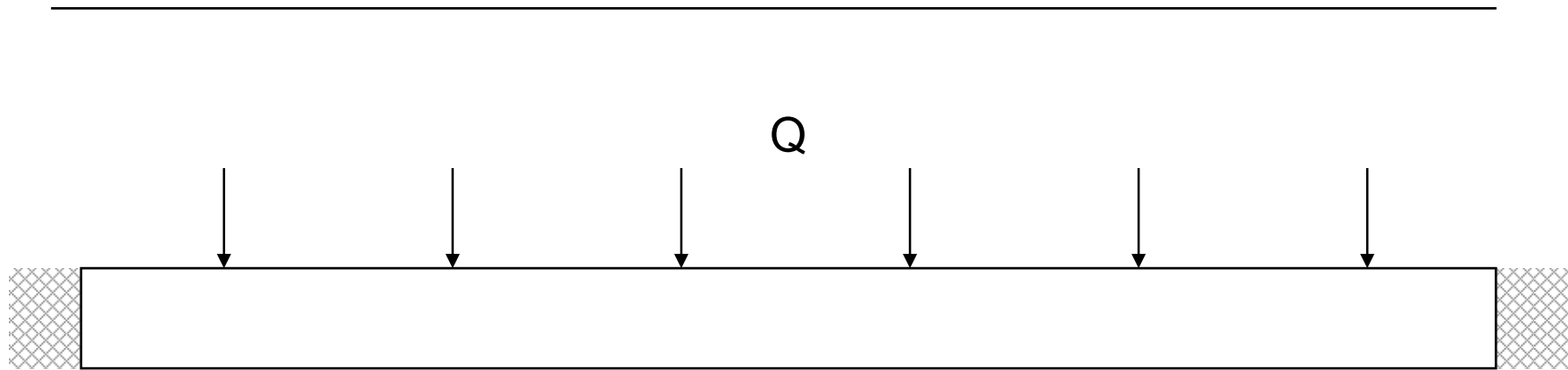
---

- Thermischer Widerstand eines 25 x 25 x 2 mm<sup>3</sup> Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Substrates



- Die Enden sind isoliert (Schraffur), von oben kommt ein gleichmäßiger Wärmestrom, die untere Seite wird auf einer konstanten Temperatur gehalten (z.B. 45°C)
- Dann liegt wieder der bisher betrachtete eindimensionale Fall vor und  $R_{th}$  ergibt sich mit  $k(\text{Al}_2\text{O}_3)=21\text{W/mK}$ :

$$R_{th} = \frac{L}{kA} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{21 \cdot 25^2 \cdot 10^{-6}} \frac{m}{m^2} \frac{mK}{W} = 0,15 \frac{K}{W}$$



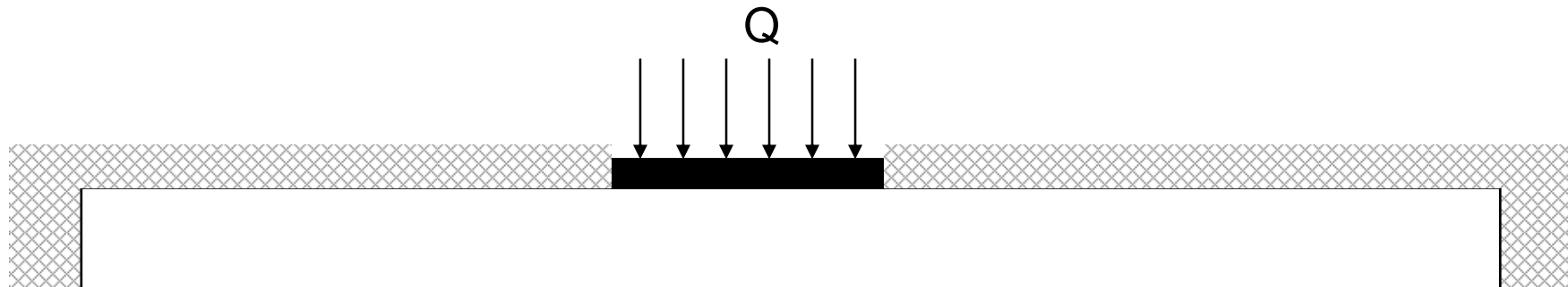
- Der thermische Widerstand des Substrates beträgt 0,15 K/W.
- Bei einem Wärmefluß von z.B 60W liegt die Temperatur auf der Oberseite des Substrates 9°K über der Temperatur auf der Unterseite des Substrates.
- Die Temperatur auf der Oberseite des Substrates beträgt daher bei diesem Beispiel 54°C.

# Chip auf Substrat - Wärmespreizung

---

In mikroelektronischen Aufbauten hat man oft die folgende Situation:

- Eine kleine Wärmequelle (z.B Chip) sitzt auf einem großen Substrat
- Dieses soll die Wärme zunächst verteilen (Heat Spreading) und dann an eine Senke weiterleiten.

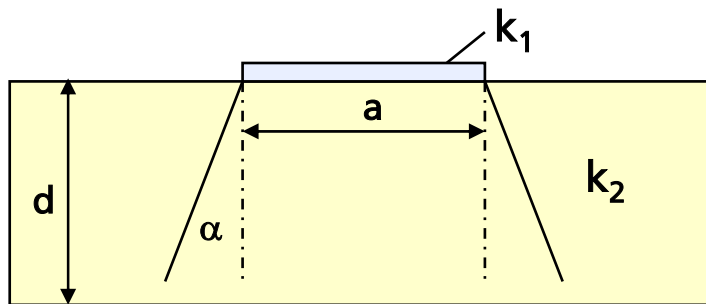


- Die schraffierten Seiten sind isoliert.
- Die Unterseite wird auf einer konstanten Temperatur, z.B. 45°C gehalten.
- Die Maße des Chips sind 5 x 5 mm<sup>2</sup>.

# Modelle zur Berechnung der Wärmespreizung

---

## 1. Näherung für den Wärmespreizwinkel analog zum Brechungsgesetz in der Optik



$$\tan \alpha = \frac{k_1}{k_2}$$

$$R_{th} \approx \frac{d}{k_2 (a + d \cdot \tan \alpha)^2}$$

häufig erste Näherung: 45° Winkel!

## 2. Verwendung / Anpassung der von Kennedy berechneten Spreizfaktoren H

- Ergebnisse für definierte Geometrien und Randbedingungen
- Kennedy nimmt runde Chips und zylindrische Substrate an, so dass für die üblicherweise rechteckigen Strukturen (Kanten a,b) zunächst ein äquivalenter Radius ausgerechnet werden muss. (Radius eines Kreises mit gleicher Fläche)

$$A = a \cdot b = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{a \cdot b}{\pi}}$$

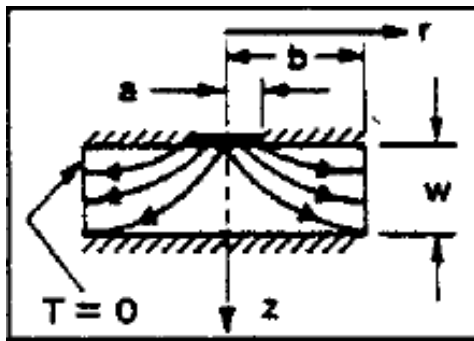
$$R_{th} \approx \frac{H}{k \cdot \pi \cdot r}$$

# Wärmespreizung – Faktoren von Kennedy

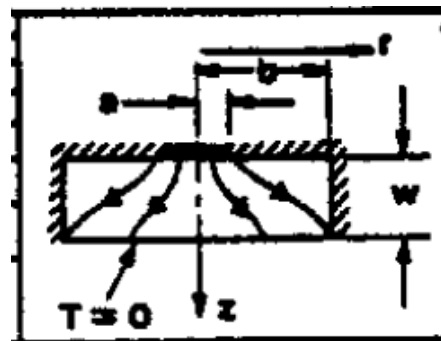
---

## Parameter:

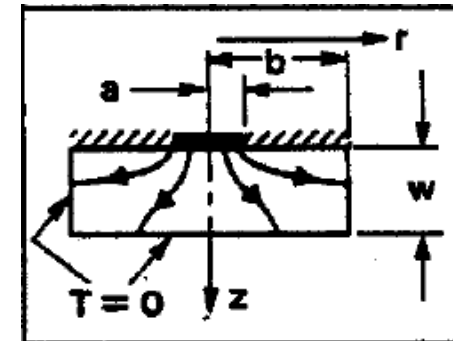
- Verhältnis von Substratdicke zu –fläche:  $w/b$
- Verhältnis von Chip- zu Substratfläche (bzw. Verhältnis der Radien):  $a/b$
- Festlegung der Randbedingungen:
  - wärmeisolierte Flächen
  - Flächen mit konstanter Temperatur



Faktoren H1

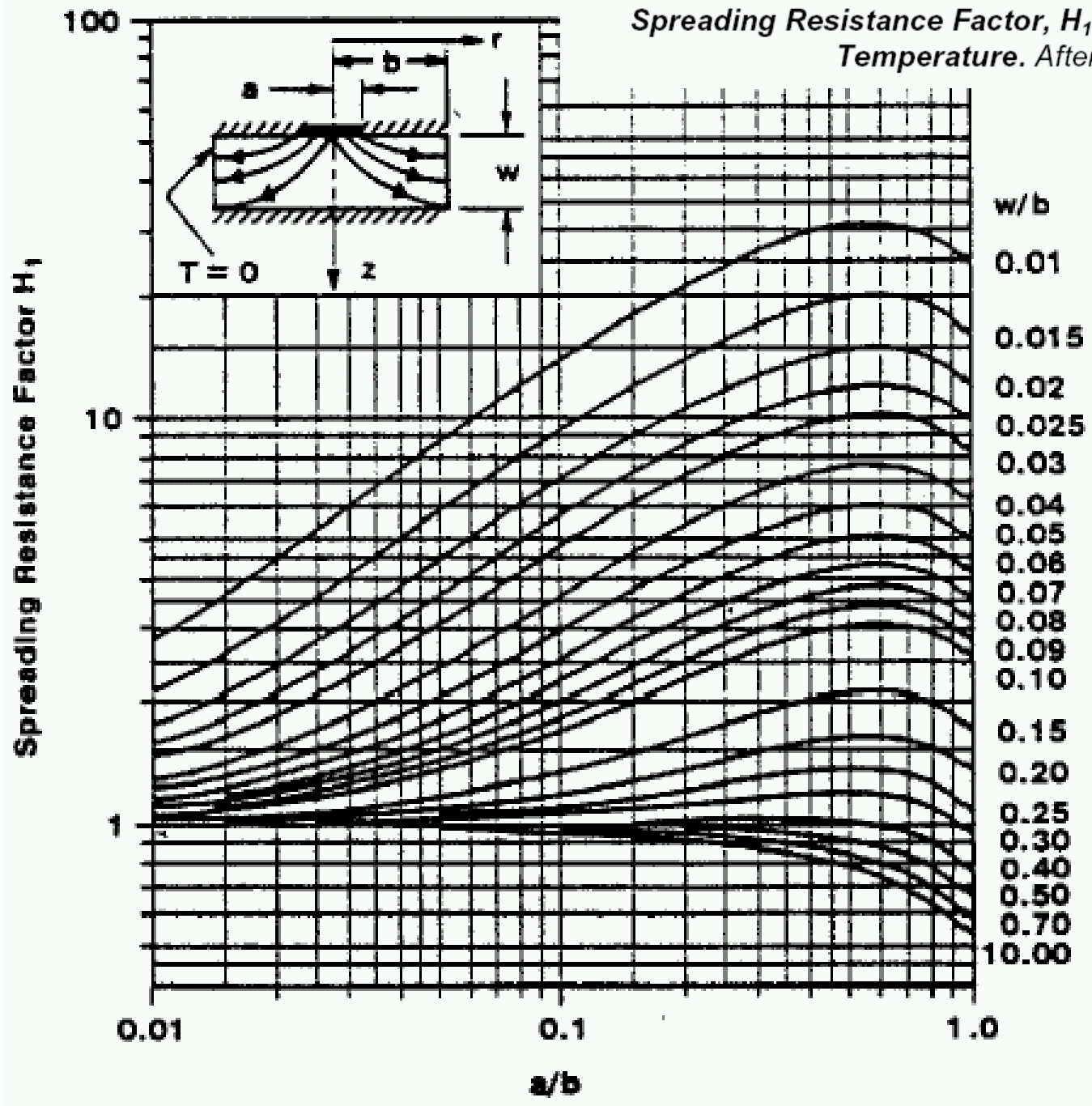


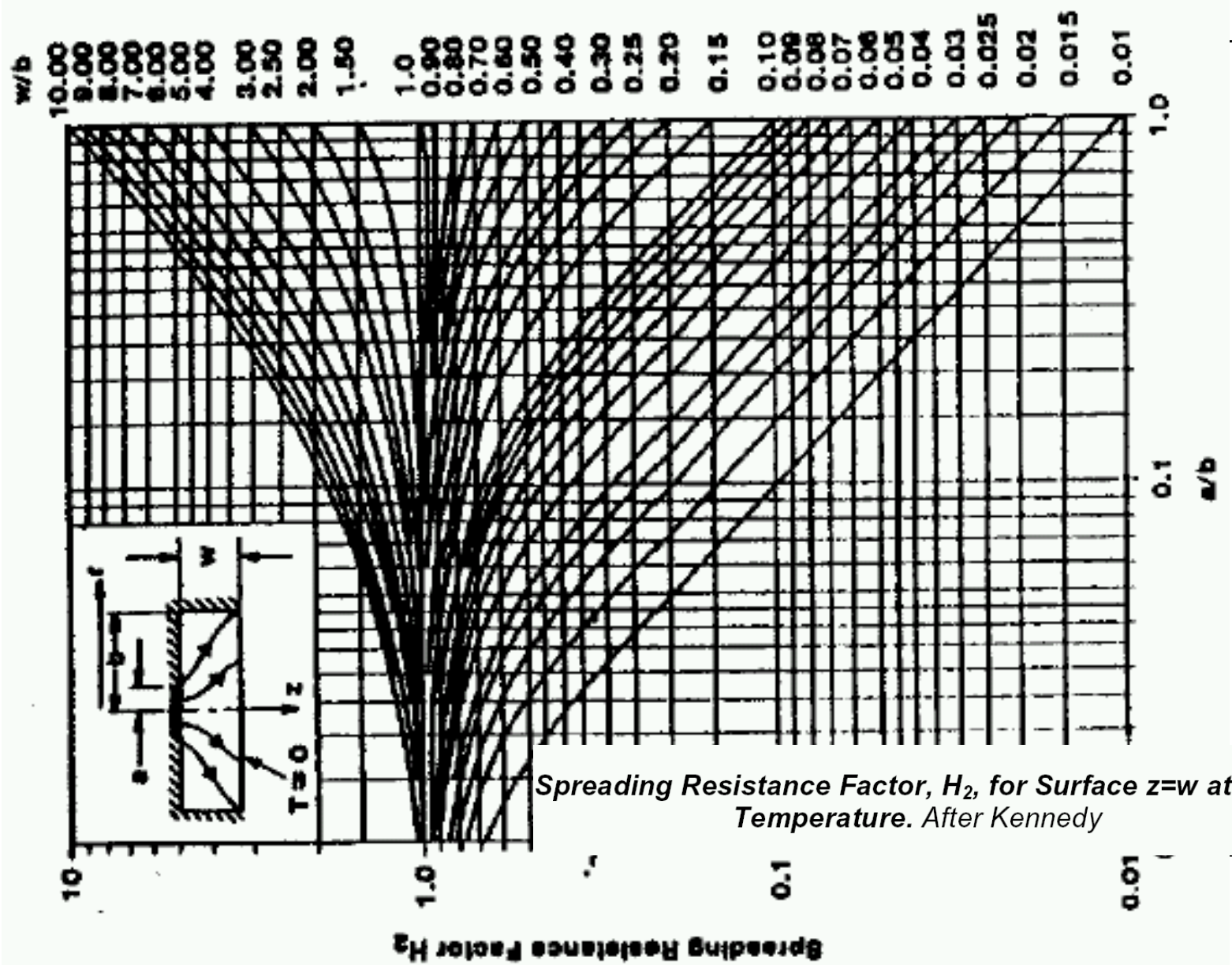
Faktoren H2



Faktoren H3

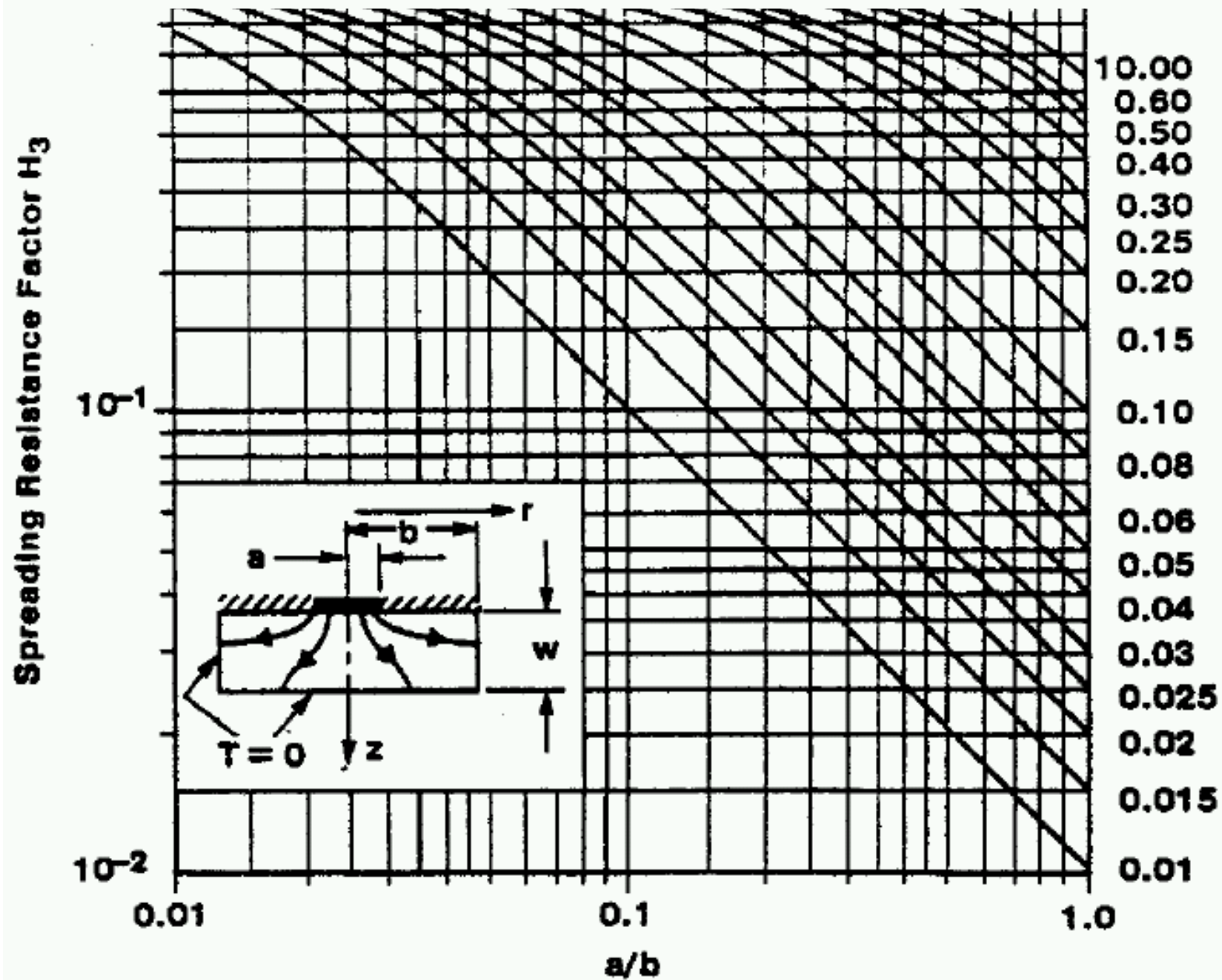
Spreading Resistance Factor,  $H_1$ , for Surface  $r=b$  at Zero Temperature. After Kennedy





Spreading Resistance Factor,  $H_2$ , for Surface  $z=w$  at Zero Temperature. After Kennedy

**10<sup>1</sup> Spreading Resistance Factor,  $H_3$ , for Surface  $r=b$  and  $z=w$  at Zero Temperature. After Kennedy**



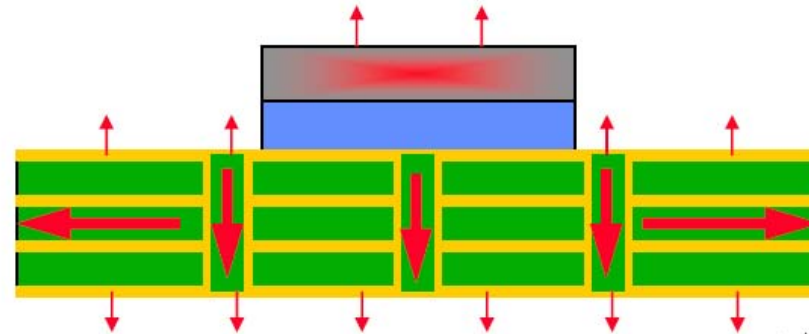
# Beispiel: Anwendung der Spreizfaktoren

---

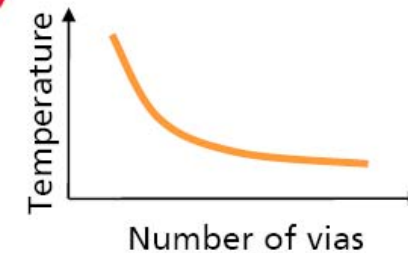
- Die Randbedingungen des Beispiels (Rand und Oberseite isoliert) erfüllen die Spreizfaktoren  $H_2$
- Zunächst müssen jedoch der äquivalente Chipradius und der äquivalente Substratradius bestimmt werden
  - $a = [A/\pi]^{0.5} = 2.82 \text{ mm}$
  - $b = 14.1 \text{ mm}$
- Damit ergeben sich die Geometrie Kennzahlen zu
  - $a/b = 0.2$
  - $w/b = 0.14$
- Abgelesen:  $H_2 = 0.58$
- $R_{th} = 3,11 \text{ K/W}$
  
- zum Vergleich: Berechnung ohne Spreizung:  $R_{th} = 3,8 \text{ K/W}$

# Wärmespreizung auf organischen Leiterplatten

Horizontale Wärmeleitung:  Zahl der Kupfer Lagen  
Dicke der Kupfer und Prepreg Lagen  
Abdeckungsgrad der Kupferlagen



Vertikale Spreizung mit Vias  Zahl der Vias  
Kupfer Dicke  Via Durchmesser



Problem: Hoher Detaillierungsgrad der Leiterplatten würde zu einem hohen Rechenaufwand bei der FE führen.

Lösung: Darstellung der Eigenschaften durch homogenisierte effektive Werkstoffkennwerte

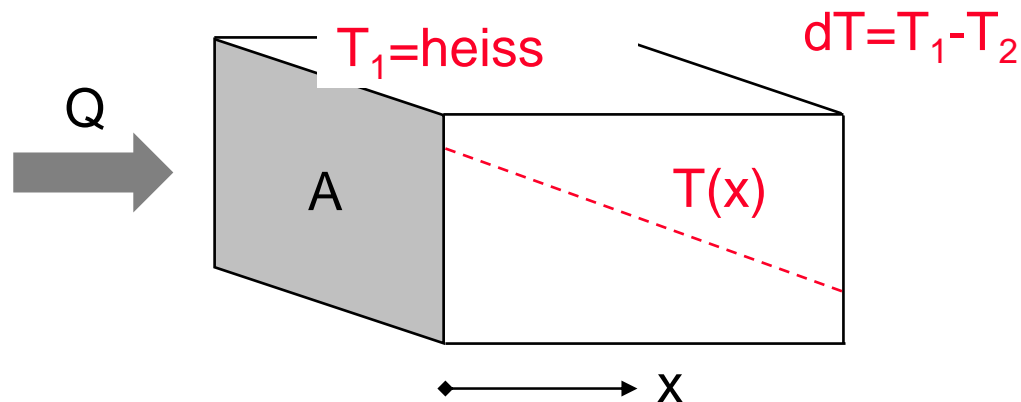
# Instationäre Wärmeleitungsgleichung

---

- Bisher sind wir davon ausgegangen, dass sich der Wärmestrom nicht ändert
- Es galt die Fourier'sche Gleichung

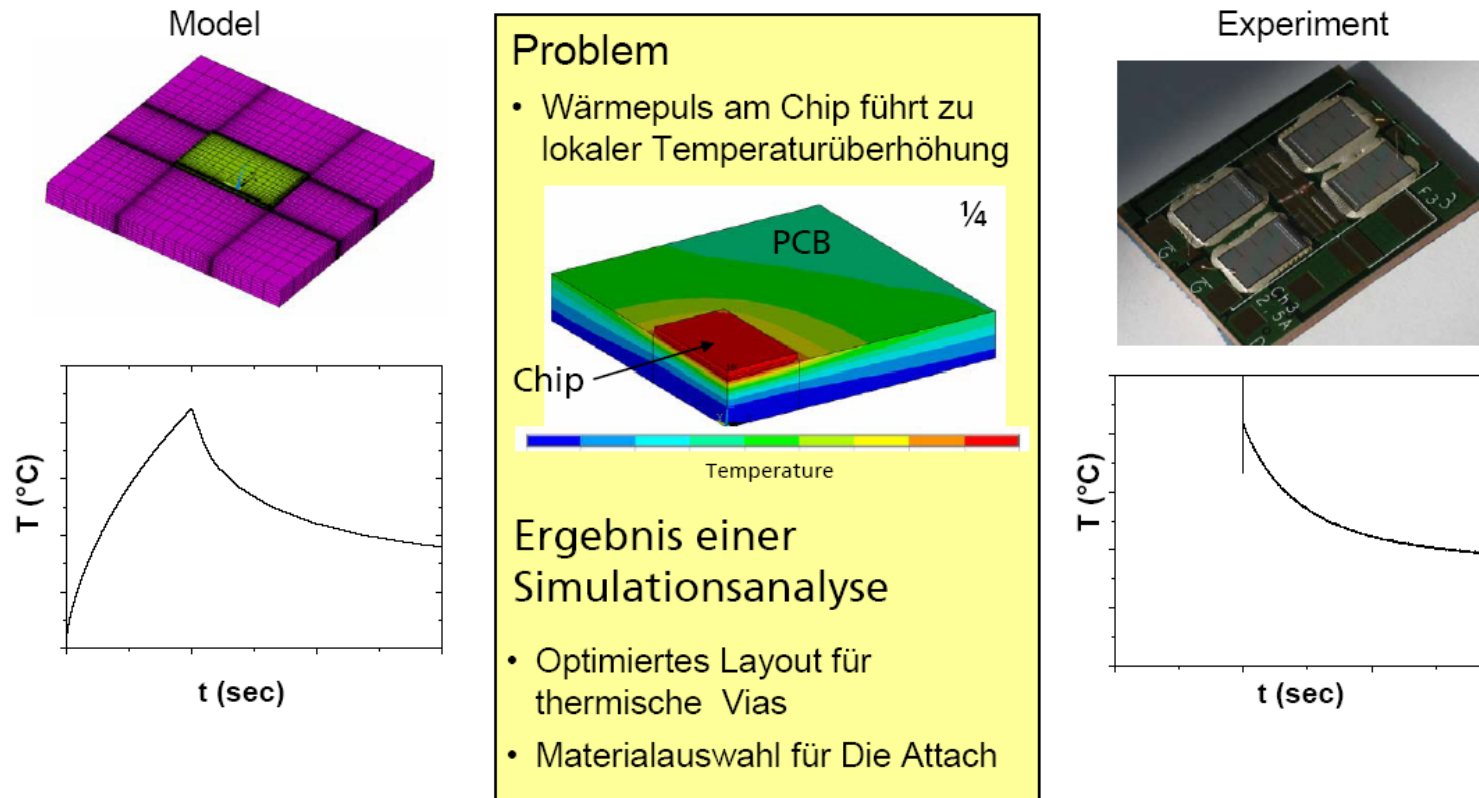
$$\frac{d\vec{q}(\vec{x})}{dt} = -k\nabla T(\vec{x})$$

- Was passiert aber, wenn das nicht der Fall ist, wenn z.B.  $dq/dt$  abnimmt, dass heißt die Wärme nicht in vollem Umfang weitertransportiert wird?
- Energie kann nicht einfach verschwinden (Energieerhaltungssatz).
- Sie kann jedoch zum Erwärmen des Mediums verwendet werden.



# Beispiel: Wärmepuls am Chip

## Transiente Modellierung eines COB Aufbaus



# Fourier'sche Differentialgleichung

---

## Fragestellung:

- Welche räumlich-zeitlichen Veränderungen der Temperatur resultieren aus dem Wärmetransport?

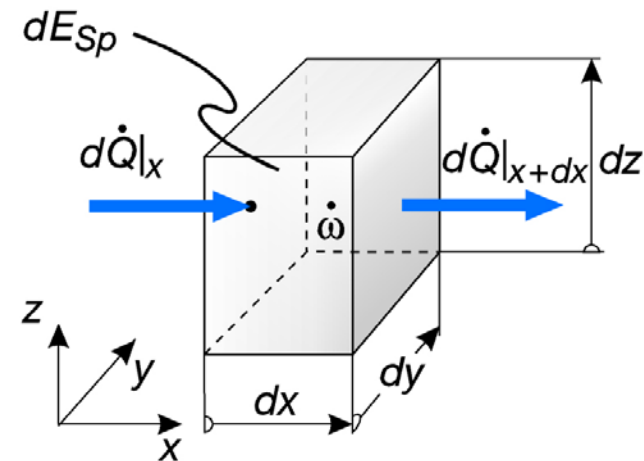
## Ansatz: Energiebilanz aus

- dem System zugeführte Energie
- im System freigesetzte Energie
- durch Wärmeleitung abgeführte Energie
- im Volumen eingespeicherte Energie

$$d\dot{E}_{zu} + d\dot{E}_{Qu} - d\dot{E}_{ab} = d\dot{E}_{Sp}$$

## Lösungsweg:

- Taylorreihenentwicklung für den aus dem System austretenden Wärmestrom
- Einsetzen des Fourier'schen Gesetzes



---

**Die Energiebilanz ist als Änderungsrate der Energien formuliert:**

$$d\dot{E}_{zu} + d\dot{E}_{Qu} - d\dot{E}_{ab} = d\dot{E}_{Sp}$$

Die Energien werden im folgenden einzeln aufgeschlüsselt:

1. Quellterm:

$$d\dot{E}_{Qu} = \dot{\omega} dV = \dot{\omega} dx dy dz$$

Mit der Wärmequellendichte (Energieerzeugungsrate pro Volumen)  $\dot{\omega}$  [W/m<sup>3</sup>].

2. Wärmez- und abfuhr durch Wärmeleitung:

in x-Richtung gilt:

$$d\dot{E}_{zu} = d\dot{Q}|_x = \dot{q}_x|_x dy dz$$

$$d\dot{E}_{ab} = d\dot{Q}|_{x+dx} = \dot{q}_x|_{x+dx} dy dz$$

Analog werden die Gleichungen für die y- und die z-Richtung aufgestellt.

---

---

### 3. Einspeicherung innerer Energie in dem Volumenelement :

$$d\dot{E}_{Sp} = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

#### Lösung:

Zur Lösung der Bilanzgleichung wird zunächst eine Taylorreihenentwicklung für den Wärmefluss in die 3 Koordinatenrichtungen angesetzt. Für die x-Koordinaten gilt:

$$\dot{q}_x|_{x+dx} = \dot{q}_x|_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} \Big|_x dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \dot{q}_x}{\partial x^2} \Big|_x dx^2 + \dots$$

Terme höherer (ab 2.) Ordnung werden vernachlässigt:

$$\Rightarrow \dot{q}_x|_x - \dot{q}_x|_{x+dx} = - \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} \Big|_x dx$$

Analog lassen sich wiederum die Gleichungen für die x- und y-Richtung ermitteln.

---

---

Für die Differenz aus zu- und abfließenden Energieraten erhält man:

$$d\dot{E}_{zu} - d\dot{E}_{ab} = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx dy dz - \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} dx dy dz - \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} dx dy dz$$

Daraus folgt für die gesamte Energiebilanz:

$$-\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dV - \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} dV - \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} dV + \dot{w} dV = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} dV$$

Division durch dV und Einsetzen des Fourier'schen Gesetzes mit

$$\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad \dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad \dot{q}_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

führt auf die Fourier'sche DGL.

---

---

### Lösung: Fourier'sche Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{\omega} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

### Vereinfachung für konstante Wärmeleitfähigkeit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{\omega}}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad a = \frac{k}{\rho \cdot c}$$

Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  setzt die Fähigkeit eines Materials, Wärme zu leiten, ins Verhältnis zu der Fähigkeit, thermische Energie zu speichern.

Sie ist ein Maß dafür, wie schnell sich Temperaturstörungen im Material ausgleichen.

# Randbedingungen

- **RB 1. Art: Dirichlet'sche Randbedingung**

- Vorgabe der Temperatur („Wandtemperatur“)
- 1-D:  $T_W = T(x=0, t) = f(t)$
- speziell:  $T_W = \text{const.}$

- **RB 2. Art: Neumann'sche Randbedingung**

- Vorgabe des Flusses (Wandwärmefluss)

$$\dot{q}_W = g(t)$$

- Spezialfall adiabate Wand:

$$\dot{q}_W = 0$$

- **RB 3. Art:**

- konvektiver Wärmeübergang Festkörper – Fluid
- Newton'scher Ansatz 1-D:

$$h \cdot (T_W - T_\infty) = k \frac{dT}{dx} \Big|_W$$

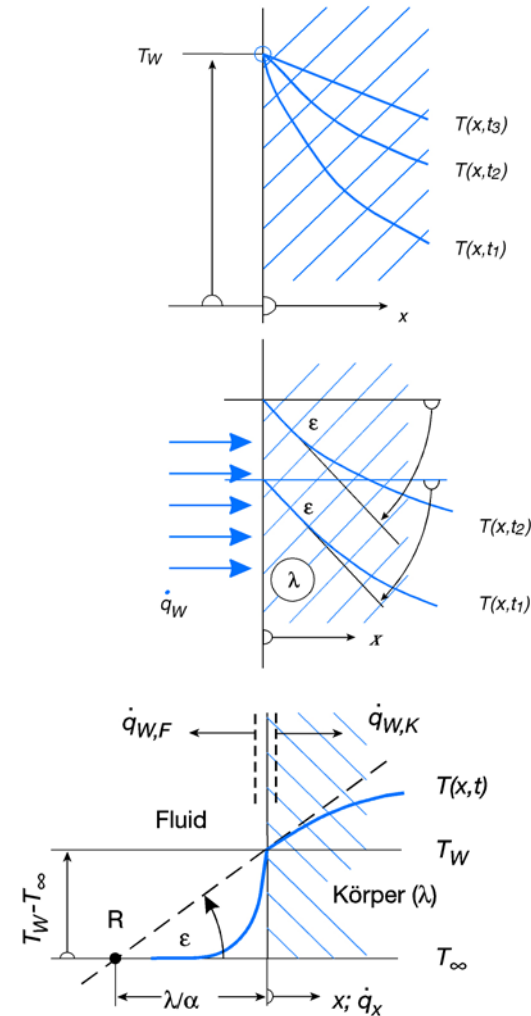


Abb.: Polifke / Kopitz: Wärmeübertragung,  
Pearson-Studium

# Konvektiver Wärmeübergang

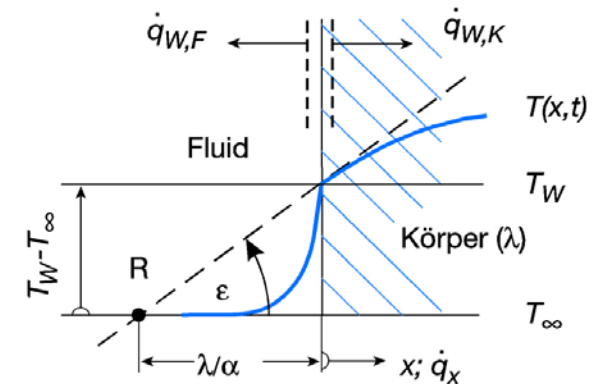
## Randbedingung der 3. Art: Konvektiver Wärmeübergang:

Wärmeübertragung von einem Körper an ein vorbeiströmendes Fluid

- Zwangskonvektion
- freie Konvektion

**Newton'sches Gesetz:**  $\dot{q}_W = h \cdot (T_W - T_\infty)$

- $T_W$ : „Wand“temperatur,  $T_\infty$ : Fluidtemperatur
- $h$ : Wärmeübergangskoeffizient, Wärmeübergangszahl
  - kein Stoffwert, sondern abhängig von der Form des umströmten Körpers und den hydrodynamischen und thermischen Bedingungen in dessen Umgebung
- Das Newton'sche Gesetz gehorcht der allgemeinen Form:  
Fluss=Transportkoeffizient x Potentialdifferenz



## Problemstellung: Bestimmung des Transportkoeffizienten $h$ !

# Stationäre Wärmeleitung: Beispiel ebene Wand

## Voraussetzung stationäre Wärmeleitung:

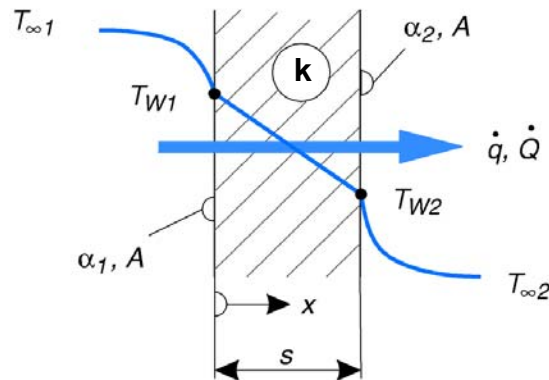
- konstanter Wärmestrom
- konstante Temperaturverteilung

## weitere Vereinfachung:

- keine inneren Wärmequellen
- ⇒ Laplace'sche Differentialgleichung

## Ebene Wand: eindimensionales Problem

⇒ lineare Lösung (z.B. bei RB 1. Art)



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{w}}{k} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$T(x) = T_{W1} + (T_{W2} - T_{W1}) \cdot \frac{x}{s}$$
$$\Rightarrow \dot{q}_x = -k \frac{dT}{dx} = (T_{W1} - T_{W2}) \cdot \frac{k}{s}$$
$$\dot{Q} = A \cdot (T_{W1} - T_{W2}) \cdot \frac{k}{s}$$

# Stationäre Wärmeleitung in einfachen Geometrien

---

Voraussetzung stationäre Wärmeleitung:

- konstanter Wärmestrom
- konstante Temperaturverteilung

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{w}}{\lambda} = 0$$

Lösung für einfache Geometrien:

- **quasi-eindimensionale** Geometrien
  - keine inneren Wärmequellen
- ⇒ Laplace'sche Differentialgleichung

• Platte

$$T(x) = T_{w1} + (T_{w2} - T_{w1}) \cdot \frac{x}{s}$$

• Zylinderschale

$$T(x) = T_{w1} + (T_{w2} - T_{w1}) \cdot \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$$

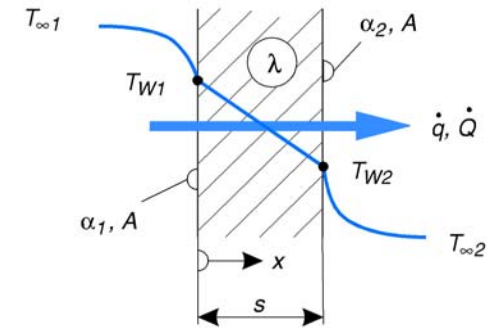
• Kugelschale

$$T(x) = T_{w1} + (T_{w2} - T_{w1}) \cdot \frac{1/r - 1/r_1}{1/r_2 - 1/r_1}$$

# 1-D stationäre Wärmeleitung in einfachen Geometrien

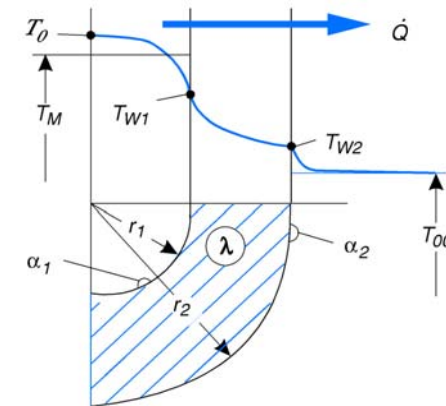
Ebene Platte

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_a}{\left(\frac{1}{\alpha_i A}\right) + \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda A}\right) + \left(\frac{1}{\alpha_a A}\right)}$$



Zylinderschale

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_a}{\left(\frac{1}{\alpha_i 2r_1 \pi L}\right) + \left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda 2\pi L}\right) + \left(\frac{1}{\alpha_a 2r_2 \pi L}\right)}$$



Kugelschale

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_a}{\left(\frac{1}{\alpha_i 4\pi r_1^2}\right) + \left(\frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{\lambda 4\pi}\right) + \left(\frac{1}{\alpha_a 4\pi r_2^2}\right)}$$

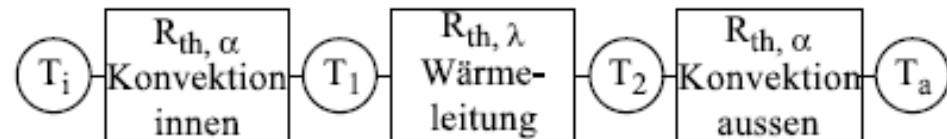
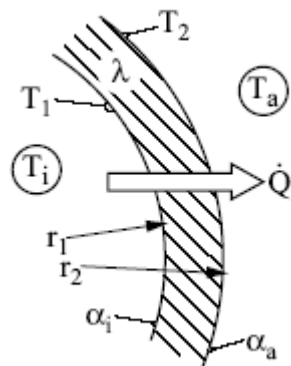
Anwendung der Fourier'schen Gleichung und des Newton'schen Gesetzes für den konvektiven Wärmeübergang

# Wärmedurchgang: Wärmeübertragung durch mehrere Schichten

---

Péclet – Gleichungen (Reihenschaltung thermischer Widerstände)

Wärmedurchgangskoeffizient  $k$



$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\Sigma R_{th}} = k A \Delta T \quad \text{mit} \quad k = \frac{1}{A \Sigma R_{th}}$$

# Thermischer Übergangswiderstand

---

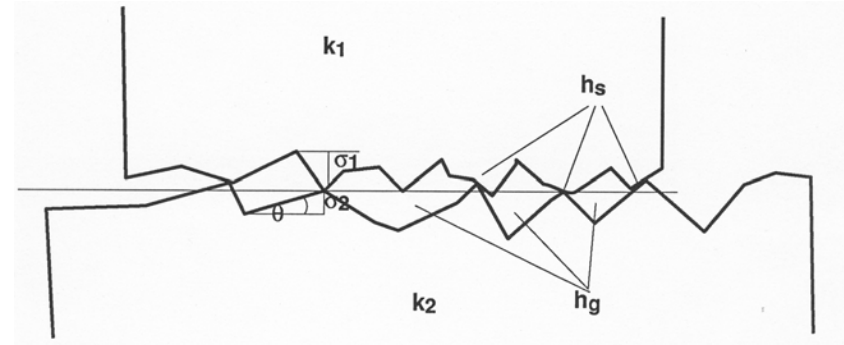
- An der Grenzfläche zwischen zwei wärmeleitenden Medien tritt ein thermischer Übergangswiderstand auf.
- In Analogie zur Wärmeleitfähigkeit wird ein **Wärmeübergangskoeffizient  $h$**  definiert, Dimension von  $h$  : [W/m<sup>2</sup>K]
- Im stationären, eindimensionalen Fall gilt sowohl für den Übergang zwischen zwei Festkörpern als auch für den Übergang Festkörper – Fluid (vgl. Newton'sche Formel für den konvektiven Wärmeübergang):

$$dQ/dt = h A (T_{Medium\ 1} - T_{Medium\ 2}) \quad (A \text{ ist die gemeinsame Grenzfläche})$$

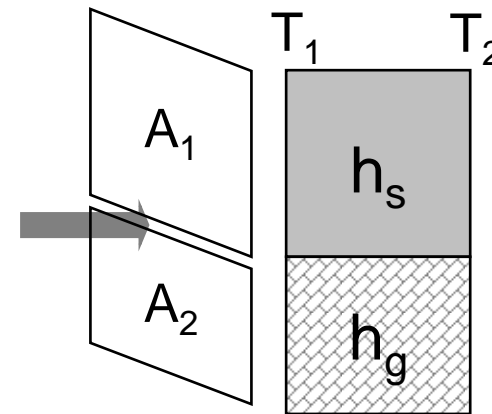
- Das Reziproke  $r$  von  $h$ : spezifischer Wärmeübergangswiderstand oder spezifischer Kontaktwiderstand [m<sup>2</sup>K/W].

# Wärmeübergang Festkörper - Festkörper

- Ursache des Übergangswiderstands ist die Rauigkeit der Oberflächen: die (scheinbare) Kontaktfläche liefert nur an einigen Stellen wirklichen Kontakt.
- Ansonsten schließen die Grenzflächen der beiden Festkörper Hohlräume ein, in denen i.a. Luft oder ein Fluid eingeschlossen sein wird.
- Der Wärmeübergang besteht damit aus einer „Parallelschaltung“ aus Leitung durch die Kontaktpunkte und Leitung und / oder Strahlung durch die Luft / das Fluid.
- Konvektion (Wärmetransport durch größere Bewegungen von Teilchen) spielt nur bei größeren Hohlräumen eine Rolle.
- Die „Tiefe“ der Zwischenschicht  $\delta$  variiert i.a. zwischen  $1,5 \mu\text{m}$  (glatt) und  $25 \mu\text{m}$  (sehr rauh).



Rauigkeit: gemittelter Abstand von Höhen und Tälern zur geometrischen Kontaktfläche



# Wärmeübergang Festkörper – Festkörper

---

Der Übergangswiderstand ist hauptsächlich abhängig von:

- der Rauigkeit des Kontaktes
- dem Druck, mit dem beide Teile zusammengehalten werden;
- dem eingeschl. Fluid: geringere Leitfähigkeit von Gasen im Vgl. zu Flüssigkeiten
- der Temperatur.

Kontaktwiderstand (in  $10^4 \text{ m}^2\text{K/W}$ ) in Abhängigkeit vom Kontaktdruck unter Vakuum

Interface Material	Kontaktdruck 100 kN/m <sup>2</sup>	Kontaktdruck 10.000 kN/m <sup>2</sup>
Edelstahl	6 – 25	0,7 – 4,0
Kupfer	1 – 10	0,1 – 0,5
Magnesium	1,5 – 3,5	0,2 – 0,4
Aluminium	1,5 – 5,0	0,2 – 0,4

## Beispiele: Wärmeübergang Fest-Fest mit verschiedenen Fluiden

---

Interface	Druck	$r \times 10^4 \text{ (m}^2\text{K/W)}$
Silizium Chip / Aluminium in Luft	27 – 500 kN/m <sup>2</sup>	0,3 – 0,6
Aluminium / Aluminium mit Indium Folie	100 kN/m <sup>2</sup>	0,07
Stahl / Stahl mit Indium Folie	3500 kN/m <sup>2</sup>	0,04
Aluminium / Aluminium mit Wärmeleitpaste	100 kN/m <sup>2</sup>	0,07
Stahl / Stahl mit Wärmeleitpaste	3500 kN/m <sup>2</sup>	0,04

# Beispiel: Kontaktwiderstand Al-Al mit verschiedenen Fluiden

---

Rauhigkeit: 10  $\mu\text{m}$

Kontaktdruck:  $10^5 \text{ N/m}^2$

Fluid	Kontaktwiderstand [ $\text{m}^2\text{K/W}$ ]
Air	$2,75 \times 10^{-4}$
Helium	$1,05 \times 10^{-4}$
Hydrogen	$0,720 \times 10^{-4}$
Silicon oil	$0,525 \times 10^{-4}$
Glycerin	$0,265 \times 10^{-4}$

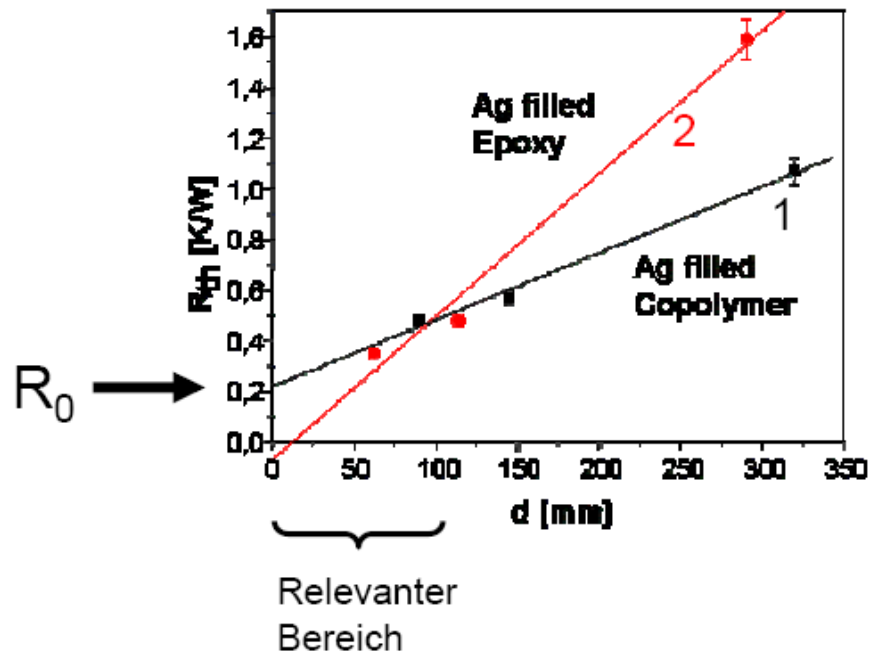
# Auffüllen der Leerräume im Kontakt-Interface

---

- Lotverbindungen stellen hier die beste thermische Verbindung dar.
- Ist eine Lotverbindung technologisch nicht möglich, werden die Zwischenräume durch organische Füllmaterialien aufgefüllt:
  - Wärmeleitpaste: z.B. Silikon gefüllt mit einem wärmeleitfähigen Material. Die Wärmeleitfähigkeit ist stark abhängig von der Größe der Partikel. Zu große Partikel verhindern jedoch einen guten Kontakt der Oberflächen
  - Elastomere: Silikon-Pads gefüllt mit thermisch leitfähigen Materialien. Einfacher in der Handhabung, jedoch größerer Druck erforderlich, Wärmewiderstand ist höher.
  - Wärmeleitkleber: gefüllt mit wärmeleitfähigen Material; Tape oder flüssig, mit flüssigen Klebern kann der geringste thermische Widerstand erreicht werden.
- Alle Verfahren benötigen einen mechanischen Druck

# Thermische Charakterisierung von Grenzflächen

$R_0$  an der Grenzschicht



- Lote haben den kleinsten  $R_0$ ,  $\lambda$  – Wert ausreichend
- 5 Kleber im Test
- Beispiel: 2 Ag-gefüllte Leitkleber:  $R_0$  Messung wichtig!
- unter 100  $\mu\text{m}$  ist **Kleber 2** besser als Adhesive 1 wg kleinerem  $R_0$

